
Exercices corrigés

Fonctions en Seconde

28 exercices progressifs avec méthodes et corrections détaillées

Par **Zakaria Laouar**

Diplômé de l'École Polytechnique

Excellence Maths

www.excellence-maths.fr

Février 2026

Contents

1	Méthodes essentielles	1
1.1	Méthode 1 : Lecture graphique — Trouver image et antécédent	1
1.2	Méthode 2 : Résoudre $f(x) = k$	1
1.3	Méthode 3 : Résoudre $f(x) = g(x)$	2
1.4	Méthode 4 : Choisir la bonne forme (développée / factorisée / canonique)	2
2	Énoncés des exercices	2
2.1	Partie A — Exercices de rappel (niveau 3ème)	2
2.2	Partie B — Exercices fondamentaux (Seconde base)	5
2.2.1	B1 — Image et antécédent par le calcul	5
2.2.2	B2 — Lecture graphique et tableau de variations	6
2.2.3	B3 — Résoudre $f(x) = k$	7
2.2.4	B4 — Résoudre $f(x) = g(x)$	8
2.2.5	B5 — Ensemble de définition	10
2.3	Partie C — Exercices avancés (vers la Première)	11
2.3.1	C1 — Problèmes appliqués	11
2.3.2	C2 — Formes multiples et stratégie	12
2.3.3	C3 — Maximum et minimum	13
3	Corrections détaillées	14

1 Méthodes essentielles

Cette section présente les **4 méthodes clés** à maîtriser pour réussir les exercices sur les fonctions en Seconde. Lisez-les attentivement avant de vous lancer dans les exercices.

1.1 Méthode 1 : Lecture graphique — Trouver image et antécédent

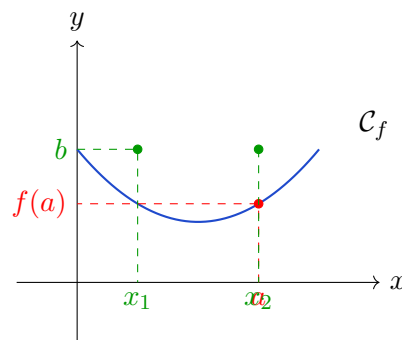
Méthode

Pour lire graphiquement l'image ou l'antécédent d'un nombre :

Étape 1. Image de a : partir de a sur l'axe des abscisses, tracer une droite verticale jusqu'à la courbe, puis une droite horizontale jusqu'à l'axe des ordonnées. Lire la valeur : c'est $f(a)$.

Étape 2. Antécédent de b : partir de b sur l'axe des ordonnées, tracer une droite horizontale jusqu'à la courbe, puis une droite verticale jusqu'à l'axe des abscisses. Lire la valeur : c'est l'antécédent de b .

Étape 3. Attention : un nombre peut avoir **plusieurs antécédents**, **un seul** ou **aucun** selon la fonction.



Astuce

Partir de l'axe des abscisses pour chercher une **image**, partir de l'axe des ordonnées pour chercher un **antécédent**.

1.2 Méthode 2 : Résoudre $f(x) = k$

Méthode

Pour résoudre une équation du type $f(x) = k$, deux méthodes sont possibles :

Méthode graphique	Méthode algébrique
1. Tracer la droite horizontale $y = k$	1. Remplacer $f(x)$ par son expression
2. Chercher les points d'intersection avec C_f	2. Résoudre l'équation obtenue
3. Lire les abscisses de ces points	3. Vérifier si possible graphiquement

Piège

Toujours vérifier la **cohérence** entre les résultats graphiques et algébriques. En cas de doute, privilégier la méthode algébrique (plus précise).

1.3 Méthode 3 : Résoudre $f(x) = g(x)$

Méthode

Pour résoudre $f(x) = g(x)$, chercher les **abscisses des points d'intersection** des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

Méthode graphique : repérer les points où les deux courbes se coupent, lire leurs abscisses.

Méthode algébrique : résoudre l'équation $f(x) - g(x) = 0$, c'est-à-dire poser $h(x) = f(x) - g(x)$ et résoudre $h(x) = 0$.

Astuce

Si on vous demande **pour quelles valeurs** $f(x) > g(x)$, repérez graphiquement les intervalles où \mathcal{C}_f est **au-dessus** de \mathcal{C}_g .

1.4 Méthode 4 : Choisir la bonne forme (développée / factorisée / canonique)

Méthode

Pour une fonction polynôme du second degré, le choix de la forme dépend de l'objectif :

Objectif	Forme recommandée	Exemple
Résoudre $f(x) = 0$	Factorisée	$(x - 2)(x + 3) = 0$
Calculer $f(a)$	Développée ou canonique	$2x^2 - 5x + 3$
Trouver l'extremum	Canonique	$-2(x - 1)^2 + 5$
Développer / simplifier	Développée	$ax^2 + bx + c$

Rappel

La **forme canonique** d'une fonction du second degré est $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ où (α, β) est le sommet de la parabole.

2 Énoncés des exercices

2.1 Partie A — Exercices de rappel (niveau 3ème)

Exercice 1 — *Fonction affine : image et antécédent*

Rappel 3ème ()

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = 3x - 7$.

- Calculer $f(4)$.
- Trouver l'antécédent de 11 par f .

Exercice 2 — *Fonction linéaire*

Rappel 3ème ()

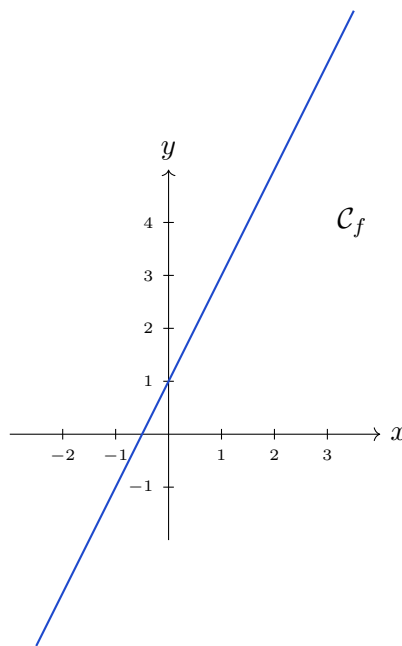
Soit g la fonction linéaire définie par $g(x) = -5x$.

- Calculer $g(-2)$.
- Résoudre l'équation $g(x) = 20$.

Exercice 3 — *Lecture graphique basique*

Rappel 3ème ()

Le graphique ci-dessous représente une fonction affine f .



- Lire graphiquement $f(0)$, $f(2)$ et $f(-1)$.
- Lire graphiquement les antécédents de 3 et de -1 .

Exercice 4 — *Déterminer l'expression d'une fonction affine*

Rappel 3ème ()

f est une fonction affine telle que $f(0) = 5$ et $f(2) = 11$.
Déterminer l'expression de $f(x)$.

Exercice 5 — *Problème de proportionnalité*

Rappel 3ème ()

Un taxi facture 2 € par kilomètre parcouru plus 5 € de prise en charge.

- a) Exprimer le prix $P(x)$ en fonction de la distance x parcourue (en km).
- b) Calculer $P(10)$.
- c) Quelle distance peut-on parcourir pour un prix de 29 € ?

2.2 Partie B — Exercices fondamentaux (Seconde base)**2.2.1 B1 — Image et antécédent par le calcul****Exercice 6** — *Fonction affine*

Seconde ()

Soit f la fonction définie par $f(x) = -2x + 5$.

- a) Calculer $f(3)$.
- b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
- c) Résoudre l'équation $f(x) = -9$.

Exercice 7 — *Fonction carrée*

Seconde ()

Soit g la fonction définie par $g(x) = x^2$.

- a) Calculer $g(5)$ et $g(-5)$. Que remarque-t-on ?
- b) Résoudre l'équation $g(x) = 16$.
- c) Combien d'antécédents a le nombre 9 par g ? Lesquels ?

Exercice 8 — *Fonction inverse*

Seconde ()

Soit h la fonction définie par $h(x) = \frac{1}{x}$.

- a) Calculer $h(2)$ et $h(-0,5)$.
- b) Résoudre l'équation $h(x) = 4$.

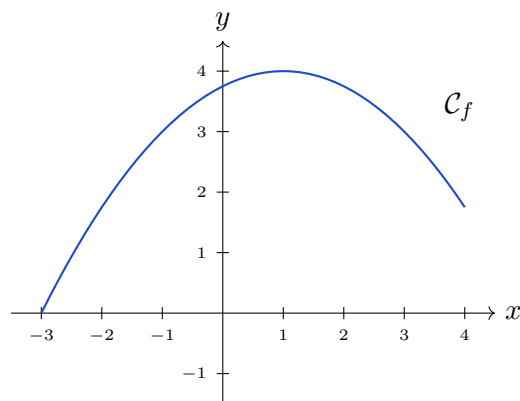
c) Pourquoi le nombre 0 n'a-t-il pas d'antécédent par h ?

2.2.2 B2 — Lecture graphique et tableau de variations

Exercice 9 — Lecture graphique complète

Seconde ()

Le graphique ci-dessous représente une fonction f définie sur $[-3; 4]$.



- Lire graphiquement $f(0)$, $f(2)$ et $f(-1)$.
- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 3$.
- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.

Exercice 10 — Compléter un tableau de variations

Seconde ()

On considère le tableau de variations partiel suivant :

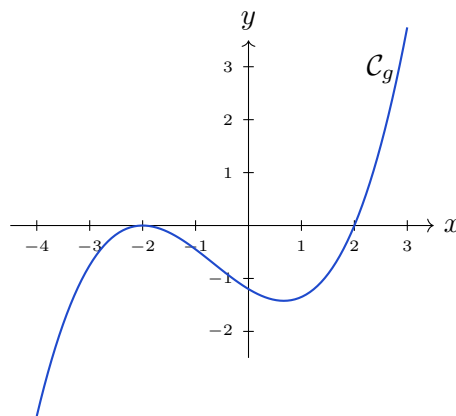
x	-2	1	5
$f(x)$	-1	8	2

- a) Donner le maximum de f et la valeur de x pour laquelle il est atteint.
- b) Sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est-elle croissante ? décroissante ?

Exercice 11 — Dresser un tableau de variations depuis un graphique

Seconde ()

Le graphique ci-dessous représente une fonction g définie sur $[-4; 3]$.



Dresser le tableau de variations complet de g sur $[-4; 3]$.

2.2.3 B3 — Résoudre $f(x) = k$

Exercice 12 — Résolution graphique

Seconde ()

On reprend le graphique de l'exercice 9.
Résoudre graphiquement :

- a) $f(x) = 2$
- b) $f(x) = -1$

c) $f(x) = 4$

Exercice 13 — *Résolution algébrique (fonction affine)*

Seconde ()

Soit f la fonction définie par $f(x) = 4x - 7$.
Résoudre l'équation $f(x) = 5$.

Exercice 14 — *Résolution algébrique (fonction carrée)*

Seconde ()

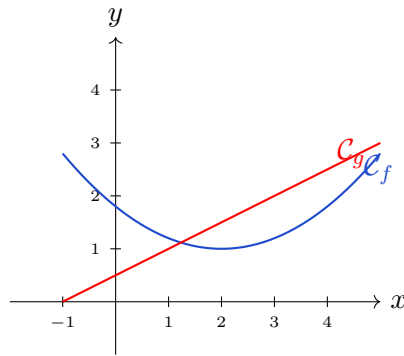
Soit g la fonction définie par $g(x) = x^2 - 9$.
Résoudre l'équation $g(x) = 0$.

2.2.4 B4 — **Résoudre** $f(x) = g(x)$

Exercice 15 — *Intersection graphique*

Seconde ()

Le graphique ci-dessous représente deux fonctions f et g .



- a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
- b) Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) > g(x)$?

Exercice 16 — Intersection algébrique (affine vs affine)

Seconde ()

Soit f et g les fonctions définies par :

$$f(x) = 2x + 3 \quad \text{et} \quad g(x) = -x + 9$$

Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

Exercice 17 — Intersection algébrique (carrée vs affine)

Seconde ()

Soit f et g les fonctions définies par :

$$f(x) = x^2 \quad \text{et} \quad g(x) = 2x + 3$$

- a) Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = g(x)$.
- b) Vérifier graphiquement la cohérence des solutions (un graphique sera fourni dans la correction).

2.2.5 B5 — Ensemble de définition**Exercice 18** — *Fonction rationnelle simple*

Seconde ()

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x-3}$.
Déterminer l'ensemble de définition de f .

Exercice 19 — *Fonction racine carrée*

Seconde ()

Soit g la fonction définie par $g(x) = \sqrt{x+5}$.
Déterminer l'ensemble de définition de g .

Exercice 20 — *Combinaison (racine + quotient)*

Seconde ()

Soit h la fonction définie par $h(x) = \frac{\sqrt{2x-4}}{x+1}$.
Déterminer l'ensemble de définition de h .

2.3 Partie C — Exercices avancés (vers la Première)**2.3.1 C1 — Problèmes appliqués****Exercice 21** — Aire maximale d'un rectangle

Avancé ()

Un rectangle a un périmètre de 40 m. On note x sa longueur (avec $0 < x < 20$).

- Exprimer la largeur du rectangle en fonction de x .
- Exprimer l'aire $A(x)$ du rectangle en fonction de x .
- Pour quelle valeur de x l'aire est-elle maximale ? Quelle est cette aire maximale ?

Exercice 22 — Bénéfice maximal

Avancé ()

Une entreprise produit x objets par jour (avec $0 \leq x \leq 100$).

Le coût de production est donné par $C(x) = 50x + 200$.

Le revenu est donné par $R(x) = 120x - 0,5x^2$.

- Exprimer le bénéfice $B(x) = R(x) - C(x)$ en fonction de x .
- Pour quelle production le bénéfice est-il maximal ? Quel est ce bénéfice maximal ?

Exercice 23 — Vitesse et distance

Avancé ()

Un mobile se déplace selon la loi horaire $d(t) = -2t^2 + 20t$ (avec t en secondes et d en mètres).

- Calculer la distance parcourue après 3 secondes.
- À quel instant le mobile s'arrête-t-il ?

c) Quelle est la distance maximale atteinte ?

2.3.2 C2 — Formes multiples et stratégie

Exercice 24 — Équivalence de 3 formes

Avancé ()

Soit $f(x) = 2x^2 - 12x + 10$.

On considère les trois formes suivantes :

- Forme A (développée) : $f(x) = 2x^2 - 12x + 10$
- Forme B (factorisée) : $f(x) = 2(x - 1)(x - 5)$
- Forme C (canonique) : $f(x) = 2(x - 3)^2 - 8$

Montrer que les trois formes sont équivalentes.

Exercice 25 — Choisir la forme adaptée

Avancé ()

Soit $g(x) = -3(x + 2)^2 + 12$.

- a) Quelle forme utiliser pour résoudre $g(x) = 0$? Résoudre cette équation.
- b) Quelle forme utiliser pour trouver l'extremum de g ? Donner cet extremum.
- c) Développer $g(x)$.

Exercice 26 — *Passer d'une forme à l'autre*

Avancé ()

Soit $h(x) = x^2 + 6x + 5$.

- a) Factoriser $h(x)$.
- b) Mettre $h(x)$ sous forme canonique.

2.3.3 C3 — Maximum et minimum**Exercice 27** — *Prouver un maximum*

Avancé ()

Soit $f(x) = -x^2 + 4x + 1$.

- a) Mettre f sous forme canonique.
- b) En déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f(x) \leq 5$.
- c) Pour quelle valeur de x a-t-on $f(x) = 5$?

Exercice 28 — *Minimum d'une fonction carrée*

Avancé ()

Soit $g(x) = 2x^2 - 8x + 11$.

- a) Mettre g sous forme canonique.
- b) Déterminer le minimum de g et la valeur de x pour laquelle il est atteint.
- c) Dresser le tableau de variations de g sur \mathbb{R} .

3 Corrections détaillées

CORRECTION — Exercice 1

Fonction affine : image et antécédent

a) Calculer $f(4)$

Méthode

Pour calculer l'image d'un nombre par une fonction, on remplace x par ce nombre dans l'expression de $f(x)$.

$$\begin{aligned}f(4) &= 3 \times 4 - 7 \\ &= 12 - 7 \\ &= 5\end{aligned}$$

Réponse

L'image de 4 par f est 5.

b) Trouver l'antécédent de 11 par f

Méthode

Pour trouver un antécédent, on résout l'équation $f(x) = 11$.

$$\begin{aligned}f(x) &= 11 \\ 3x - 7 &= 11 \\ 3x &= 11 + 7 \\ 3x &= 18 \\ x &= \frac{18}{3} \\ x &= 6\end{aligned}$$

Astuce

Pour trouver un antécédent, on résout toujours une équation de la forme $f(x) = k$.

Réponse

L'antécédent de 11 par f est 6.

CORRECTION — Exercice 2

*Fonction linéaire*a) Calculer $g(-2)$

$$\begin{aligned}g(-2) &= -5 \times (-2) \\ &= 10\end{aligned}$$

Réponse

$$g(-2) = 10$$

b) Résoudre $g(x) = 20$

$$\begin{aligned}g(x) &= 20 \\ -5x &= 20 \\ x &= \frac{20}{-5} \\ x &= -4\end{aligned}$$

Réponse

L'ensemble des solutions est $S = \{-4\}$.

CORRECTION — Exercice 3

*Lecture graphique basique*a) Lire $f(0)$, $f(2)$ et $f(-1)$

En appliquant la méthode de lecture graphique (partir de l'axe des abscisses) :

- Pour $x = 0$: on monte jusqu'à la droite, puis on lit $y = 1 \Rightarrow f(0) = 1$
- Pour $x = 2$: on monte jusqu'à la droite, puis on lit $y = 5 \Rightarrow f(2) = 5$
- Pour $x = -1$: on monte jusqu'à la droite, puis on lit $y = -1 \Rightarrow f(-1) = -1$

Réponse

$$f(0) = 1 ; f(2) = 5 ; f(-1) = -1$$

b) Antécédents de 3 et de -1

En appliquant la méthode de lecture graphique (partir de l'axe des ordonnées) :

- Pour $y = 3$: on trace une horizontale jusqu'à la droite, puis on descend et on lit $x = 1 \Rightarrow$ antécédent de 3 : $x = 1$

- Pour $y = -1$: on trace une horizontale jusqu'à la droite, puis on descend et on lit $x = -1$
 \Rightarrow antécédent de -1 : $x = -1$

Réponse

L'antécédent de 3 est 1. L'antécédent de -1 est -1 .

CORRECTION — Exercice 4

Déterminer l'expression d'une fonction affine

Rappel

Une fonction affine s'écrit $f(x) = ax + b$ où a est le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine.

On sait que $f(0) = 5$ et $f(2) = 11$.

Étape 1 : Utiliser $f(0) = 5$

$$\begin{aligned}f(0) &= a \times 0 + b = 5 \\ \Rightarrow b &= 5\end{aligned}$$

Étape 2 : Utiliser $f(2) = 11$

$$\begin{aligned}f(2) &= a \times 2 + 5 = 11 \\ 2a + 5 &= 11 \\ 2a &= 6 \\ a &= 3\end{aligned}$$

Réponse

$$f(x) = 3x + 5$$

CORRECTION — Exercice 5

Problème de proportionnalité

a) Expression de $P(x)$

Le prix total est la somme de :

- La prise en charge : 5 €

- Le tarif kilométrique : $2x$ €

Réponse

$$P(x) = 2x + 5$$

- b) Calculer $P(10)$

$$\begin{aligned}P(10) &= 2 \times 10 + 5 \\ &= 20 + 5 \\ &= 25\end{aligned}$$

Réponse

$$P(10) = 25 \text{ €}$$

- c) Distance pour un prix de 29 €

On résout $P(x) = 29$:

$$\begin{aligned}2x + 5 &= 29 \\ 2x &= 24 \\ x &= 12\end{aligned}$$

Réponse

On peut parcourir 12 km pour 29 €.

CORRECTION — Exercice 6

*Fonction affine*a) Calculer $f(3)$

$$\begin{aligned} f(3) &= -2 \times 3 + 5 \\ &= -6 + 5 \\ &= -1 \end{aligned}$$

Réponse

$$f(3) = -1$$

b) Résoudre $f(x) = 0$

$$\begin{aligned} -2x + 5 &= 0 \\ -2x &= -5 \\ x &= \frac{-5}{-2} \\ x &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Réponse

$$S = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$

c) Résoudre $f(x) = -9$

$$\begin{aligned} -2x + 5 &= -9 \\ -2x &= -14 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Réponse

$$S = \{7\}$$

CORRECTION — Exercice 7

*Fonction carrée*a) Calculer $g(5)$ et $g(-5)$

$$g(5) = 5^2 = 25$$
$$g(-5) = (-5)^2 = 25$$

Remarque : $g(5) = g(-5)$. La fonction carrée associe la même image à deux nombres opposés.

Réponse

$$g(5) = 25 \text{ et } g(-5) = 25$$

b) **Résoudre** $g(x) = 16$

$$x^2 = 16$$
$$x^2 - 16 = 0$$
$$(x - 4)(x + 4) = 0$$

Donc $x = 4$ ou $x = -4$.

Réponse

$$S = \{-4; 4\}$$

c) **Antécédents de 9 par g**

On résout $g(x) = 9$:

$$x^2 = 9$$
$$x = 3 \text{ ou } x = -3$$

Réponse

Le nombre 9 a deux antécédents par g : -3 et 3 .

CORRECTION — Exercice 8*Fonction inverse*

a) **Calculer** $h(2)$ et $h(-0,5)$

$$h(2) = \frac{1}{2}$$
$$h(-0,5) = \frac{1}{-0,5} = -2$$

Réponse

$$h(2) = \frac{1}{2} \text{ et } h(-0,5) = -2$$

b) Résoudre $h(x) = 4$

$$\begin{aligned}\frac{1}{x} &= 4 \\ 1 &= 4x \\ x &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

Réponse

$$S = \left\{ \frac{1}{4} \right\}$$

c) Pourquoi 0 n'a-t-il pas d'antécédent ?

Pour que 0 ait un antécédent, il faudrait trouver x tel que $h(x) = 0$, c'est-à-dire :

$$\frac{1}{x} = 0$$

Or, une fraction ne peut jamais être égale à 0 (le numérateur devrait être nul, mais ici il vaut toujours 1).

Réponse

Le nombre 0 n'a pas d'antécédent par h car l'équation $\frac{1}{x} = 0$ n'a pas de solution.

CORRECTION — Exercice 9

*Lecture graphique complète***a) Lire $f(0)$, $f(2)$ et $f(-1)$**

Par lecture graphique :

- $f(0) \approx 3,75$
- $f(2) \approx 3,75$
- $f(-1) \approx 2,75$

Réponse $f(0) \approx 3,75$; $f(2) \approx 3,75$; $f(-1) \approx 2,75$ **b) Résoudre $f(x) = 3$** On trace la droite horizontale $y = 3$ et on cherche les intersections avec \mathcal{C}_f .Par lecture graphique, on trouve deux solutions : $x \approx -1,5$ et $x \approx 3,5$.**Réponse** $S \approx \{-1,5; 3,5\}$ **c) Résoudre $f(x) = 0$** On cherche les abscisses des points d'intersection de \mathcal{C}_f avec l'axe des abscisses.Par lecture graphique : $x \approx -2,5$ et $x \approx 4,5$ (approximativement).**Réponse** $S \approx \{-2,5; 4,5\}$

CORRECTION — Exercice 10

*Compléter un tableau de variations***a) Maximum de f** D'après le tableau, f croît de -2 à 1 , puis décroît de 1 à 5 .Le maximum est atteint en $x = 1$ et vaut $f(1) = 8$.**Réponse**Le maximum de f est 8 , atteint en $x = 1$.**b) Intervalles de croissance et de décroissance****Réponse** f est croissante sur $[-2; 1]$ et décroissante sur $[1; 5]$.

CORRECTION — Exercice 11

Dresser un tableau de variations depuis un graphique

Par observation du graphique :

- g semble croître de -4 jusqu'à environ $x = -1,3$ (maximum local)
- g décroît de $x = -1,3$ jusqu'à environ $x = 1,3$ (minimum local)
- g croît de $x = 1,3$ jusqu'à 3

Valeurs approximatives :

- $g(-4) \approx -2,4$
- $g(-1,3) \approx 1,4$ (maximum local)
- $g(1,3) \approx -1,4$ (minimum local)
- $g(3) \approx 1,5$

Réponse

x	-4	$-1,3$	$1,3$
	3		
		\nearrow	\searrow
$g(x)$	$-2,4$	$1,4$	$-1,4$
	$1,5$		

CORRECTION — Exercice 12

Résolution graphique

On reprend le graphique de l'exercice 9.

a) $f(x) = 2$

On trace $y = 2$ et on cherche les intersections avec \mathcal{C}_f .

Réponse

$$S \approx \{-2; 4\}$$

b) $f(x) = -1$

La droite $y = -1$ ne coupe pas la courbe (la parabole a un minimum autour de $y \approx 0$).

Réponse

$$S = \emptyset \text{ (pas de solution)}$$

c) $f(x) = 4$

La droite $y = 4$ touche la parabole en son sommet.

Réponse

$$S = \{1\} \text{ (une seule solution)}$$

CORRECTION — Exercice 13

Résolution algébrique (fonction affine)

$$\begin{aligned} f(x) &= 5 \\ 4x - 7 &= 5 \\ 4x &= 12 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Réponse

$$S = \{3\}$$

CORRECTION — Exercice 14*Résolution algébrique (fonction carrée)*

$$\begin{aligned}g(x) &= 0 \\x^2 - 9 &= 0\end{aligned}$$

RappelOn reconnaît une identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$$\begin{aligned}x^2 - 9 &= x^2 - 3^2 \\&= (x - 3)(x + 3)\end{aligned}$$

Donc :

$$(x - 3)(x + 3) = 0$$

Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul :

$$x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 3 = 0$$

$$x = 3 \quad \text{ou} \quad x = -3$$

Réponse

$$S = \{-3; 3\}$$

CORRECTION — Exercice 15

*Intersection graphique***a) Résoudre $f(x) = g(x)$** On cherche les abscisses des points d'intersection des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .Par lecture graphique : deux points d'intersection en $x \approx 1$ et $x \approx 3$.**Réponse**

$$S \approx \{1; 3\}$$

b) Pour quelles valeurs $f(x) > g(x)$? $f(x) > g(x)$ signifie que \mathcal{C}_f est au-dessus de \mathcal{C}_g .D'après le graphique : \mathcal{C}_f est au-dessus de \mathcal{C}_g pour $x \in]1; 3[$ (entre les deux intersections).**Réponse**

$$f(x) > g(x) \text{ pour } x \in]1; 3[$$

CORRECTION — Exercice 16

Intersection algébrique (affine vs affine)

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 2x + 3 &= -x + 9 \\ 2x + x &= 9 - 3 \\ 3x &= 6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Réponse

$$S = \{2\}$$

CORRECTION — Exercice 17

*Intersection algébrique (carrée vs affine)***a) Résolution algébrique**

$$\begin{aligned}f(x) &= g(x) \\x^2 &= 2x + 3 \\x^2 - 2x - 3 &= 0\end{aligned}$$

On cherche deux nombres dont la somme est 2 et le produit est -3 : ce sont 3 et -1 .

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = 0$$

Donc $x = 3$ ou $x = -1$.

Réponse

$$S = \{-1; 3\}$$

b) Vérification graphique

Si on trace les courbes de f et g , on constate effectivement deux intersections aux abscisses $x = -1$ et $x = 3$, ce qui confirme notre résultat algébrique.

CORRECTION — Exercice 18

*Fonction rationnelle simple***Rappel**

Une fonction rationnelle (quotient) est définie lorsque le dénominateur est non nul.

On doit donc résoudre $x - 3 \neq 0$, c'est-à-dire $x \neq 3$.

Réponse

L'ensemble de définition de f est $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ (tous les réels sauf 3).

CORRECTION — Exercice 19

*Fonction racine carrée***Rappel**

Une racine carrée n'est définie que pour les nombres positifs ou nuls.

On doit donc avoir $x + 5 \geq 0$, c'est-à-dire $x \geq -5$.

Réponse

L'ensemble de définition de g est $D_g = [-5; +\infty[$.

CORRECTION — Exercice 20

Combinaison (racine + quotient)

Pour que $h(x)$ soit définie, il faut que :

1. La racine carrée soit définie : $2x - 4 \geq 0$
2. Le dénominateur soit non nul : $x + 1 \neq 0$

Condition 1 :

$$2x - 4 \geq 0$$

$$2x \geq 4$$

$$x \geq 2$$

Condition 2 :

$$x + 1 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad x \neq -1$$

Intersection des conditions :

Les valeurs qui vérifient les deux conditions sont celles qui sont ≥ 2 ET différentes de -1 .

Or si $x \geq 2$, alors automatiquement $x \neq -1$. Donc la condition 2 est déjà incluse dans la condition 1.

Réponse

L'ensemble de définition de h est $D_h = [2; +\infty[$.

CORRECTION — Exercice 21

*Aire maximale d'un rectangle***a) Expression de la largeur**

Le périmètre d'un rectangle est $P = 2 \times (\text{longueur} + \text{largeur})$.

Ici, $P = 40$ et la longueur est x . Donc :

$$\begin{aligned}2(x + \ell) &= 40 \\x + \ell &= 20 \\ \ell &= 20 - x\end{aligned}$$

Réponse

La largeur est $\ell(x) = 20 - x$.

b) Expression de l'aire

$$\begin{aligned}A(x) &= \text{longueur} \times \text{largeur} \\ &= x \times (20 - x) \\ &= 20x - x^2\end{aligned}$$

Réponse

$$A(x) = -x^2 + 20x$$

c) Aire maximale

On met $A(x)$ sous forme canonique :

$$\begin{aligned}A(x) &= -x^2 + 20x \\ &= -(x^2 - 20x) \\ &= -[(x - 10)^2 - 100] \\ &= -(x - 10)^2 + 100\end{aligned}$$

Comme $(x - 10)^2 \geq 0$, on a $-(x - 10)^2 \leq 0$, donc :

$$A(x) = -(x - 10)^2 + 100 \leq 100$$

Le maximum est atteint lorsque $(x - 10)^2 = 0$, c'est-à-dire $x = 10$.

Réponse

L'aire est maximale pour $x = 10$ m (rectangle carré de côté 10 m). L'aire maximale est $A(10) = 100$ m².

CORRECTION — Exercice 22

Bénéfice maximal

a) Expression de $B(x)$

$$\begin{aligned} B(x) &= R(x) - C(x) \\ &= (120x - 0,5x^2) - (50x + 200) \\ &= 120x - 0,5x^2 - 50x - 200 \\ &= -0,5x^2 + 70x - 200 \end{aligned}$$

Réponse

$$B(x) = -0,5x^2 + 70x - 200$$

b) Bénéfice maximal

On met $B(x)$ sous forme canonique :

$$\begin{aligned} B(x) &= -0,5(x^2 - 140x) - 200 \\ &= -0,5 [(x - 70)^2 - 4900] - 200 \\ &= -0,5(x - 70)^2 + 2450 - 200 \\ &= -0,5(x - 70)^2 + 2250 \end{aligned}$$

Le maximum est atteint en $x = 70$ et vaut $B(70) = 2250$.

Réponse

Le bénéfice est maximal pour une production de 70 objets par jour. Le bénéfice maximal est de 2 250 €.

CORRECTION — Exercice 23

Vitesse et distance

a) Distance après 3 secondes

$$\begin{aligned}d(3) &= -2 \times 3^2 + 20 \times 3 \\ &= -2 \times 9 + 60 \\ &= -18 + 60 \\ &= 42\end{aligned}$$

Réponse

Après 3 secondes, le mobile a parcouru 42 m.

b) Instant où le mobile s'arrête

Le mobile s'arrête lorsque $d(t) = 0$:

$$\begin{aligned}-2t^2 + 20t &= 0 \\ t(-2t + 20) &= 0\end{aligned}$$

Donc $t = 0$ (départ) ou $-2t + 20 = 0 \Rightarrow t = 10$.

Réponse

Le mobile s'arrête à $t = 10$ s.

c) Distance maximale

On met $d(t)$ sous forme canonique :

$$\begin{aligned}d(t) &= -2t^2 + 20t \\ &= -2(t^2 - 10t) \\ &= -2[(t - 5)^2 - 25] \\ &= -2(t - 5)^2 + 50\end{aligned}$$

Le maximum est atteint en $t = 5$ et vaut $d(5) = 50$.

Réponse

La distance maximale est 50 m, atteinte à $t = 5$ s.

CORRECTION — Exercice 24

Équivalence de 3 formes

Montrons que les 3 formes sont équivalentes.

Forme B → Forme A (développer)

$$\begin{aligned}f(x) &= 2(x - 1)(x - 5) \\ &= 2(x^2 - 5x - x + 5) \\ &= 2(x^2 - 6x + 5) \\ &= 2x^2 - 12x + 10\end{aligned}$$

On retrouve bien la forme A.

Forme C → Forme A (développer)

$$\begin{aligned}f(x) &= 2(x - 3)^2 - 8 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9) - 8 \\ &= 2x^2 - 12x + 18 - 8 \\ &= 2x^2 - 12x + 10\end{aligned}$$

On retrouve bien la forme A.

Réponse

Les trois formes sont équivalentes car elles se développent toutes en $2x^2 - 12x + 10$.

CORRECTION — Exercice 25

Choisir la forme adaptée

a) **Résoudre** $g(x) = 0$

Pour résoudre une équation du type $f(x) = 0$, la forme **factorisée** est la plus adaptée.

Or $g(x) = -3(x+2)^2 + 12$ est déjà sous forme canonique. On peut la transformer :

$$\begin{aligned} -3(x+2)^2 + 12 &= 0 \\ -3(x+2)^2 &= -12 \\ (x+2)^2 &= 4 \\ (x+2)^2 - 4 &= 0 \\ (x+2)^2 - 2^2 &= 0 \\ [(x+2) - 2][(x+2) + 2] &= 0 \\ (x)(x+4) &= 0 \end{aligned}$$

Donc $x = 0$ ou $x = -4$.

Réponse

Forme factorisée : $g(x) = -3x(x+4)$; Solutions : $S = \{-4; 0\}$

b) **Extremum de g**

Pour trouver l'extremum, la forme **canonique** est la plus adaptée.

$g(x) = -3(x+2)^2 + 12$ est déjà sous forme canonique $a(x-\alpha)^2 + \beta$.

Comme $a = -3 < 0$, la parabole est tournée vers le bas : le sommet est un maximum.

Réponse

Maximum de g : 12, atteint en $x = -2$.

c) **Développer $g(x)$**

$$\begin{aligned} g(x) &= -3(x+2)^2 + 12 \\ &= -3(x^2 + 4x + 4) + 12 \\ &= -3x^2 - 12x - 12 + 12 \\ &= -3x^2 - 12x \end{aligned}$$

Réponse

Forme développée : $g(x) = -3x^2 - 12x$

CORRECTION — Exercice 26

Passer d'une forme à l'autre

a) Factoriser $h(x)$

On cherche deux nombres dont la somme est 6 et le produit est 5 : ce sont 5 et 1.

$$\begin{aligned}h(x) &= x^2 + 6x + 5 \\ &= (x + 1)(x + 5)\end{aligned}$$

Réponse

Forme factorisée : $h(x) = (x + 1)(x + 5)$

b) Forme canonique

On complète le carré :

$$\begin{aligned}h(x) &= x^2 + 6x + 5 \\ &= (x^2 + 6x + 9) - 9 + 5 \\ &= (x + 3)^2 - 4\end{aligned}$$

Réponse

Forme canonique : $h(x) = (x + 3)^2 - 4$

CORRECTION — Exercice 27

*Prouver un maximum*a) **Forme canonique**

$$\begin{aligned} f(x) &= -x^2 + 4x + 1 \\ &= -(x^2 - 4x) + 1 \\ &= -[(x - 2)^2 - 4] + 1 \\ &= -(x - 2)^2 + 4 + 1 \\ &= -(x - 2)^2 + 5 \end{aligned}$$

RéponseForme canonique : $f(x) = -(x - 2)^2 + 5$ b) **Prouver que $f(x) \leq 5$ pour tout $x \in \mathbb{R}$** **Méthode**Pour tout réel x , on a $(x - 2)^2 \geq 0$ (un carré est toujours positif ou nul).

Donc :

$$\begin{aligned} (x - 2)^2 &\geq 0 \\ -(x - 2)^2 &\leq 0 \\ -(x - 2)^2 + 5 &\leq 5 \\ f(x) &\leq 5 \end{aligned}$$

RéponsePour tout $x \in \mathbb{R}$, on a bien $f(x) \leq 5$.c) **Valeur de x pour laquelle $f(x) = 5$** L'égalité $f(x) = 5$ est atteinte lorsque $(x - 2)^2 = 0$, c'est-à-dire $x = 2$.**Réponse** $f(x) = 5$ pour $x = 2$.

CORRECTION — Exercice 28

*Minimum d'une fonction carrée*a) **Forme canonique**

$$\begin{aligned}g(x) &= 2x^2 - 8x + 11 \\&= 2(x^2 - 4x) + 11 \\&= 2[(x - 2)^2 - 4] + 11 \\&= 2(x - 2)^2 - 8 + 11 \\&= 2(x - 2)^2 + 3\end{aligned}$$

Réponse

Forme canonique : $g(x) = 2(x - 2)^2 + 3$

b) Minimum de g

Comme $(x - 2)^2 \geq 0$ et $a = 2 > 0$, on a :

$$g(x) = 2(x - 2)^2 + 3 \geq 3$$

Le minimum est 3, atteint en $x = 2$.

Réponse

Le minimum de g est 3, atteint en $x = 2$.

c) Tableau de variations**Réponse**

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	3	$+\infty$

↘ ↗

Besoin d'un accompagnement personnalisé ?

Excellence Maths propose des **cours particuliers de mathématiques** dispensés par un professeur diplômé de l'**École Polytechnique**.

- ✓ Cours en présentiel (Paris) ou en ligne
- ✓ Tous niveaux : Collège, Lycée, Prépa
- ✓ Méthodologie rigoureuse et résultats prouvés
- ✓ Suivi personnalisé et accompagnement humain

→ www.excellence-maths.fr

→ contact@excellence-maths.fr